Pulsars luisteren

Paul Boven, PE1NUT

24 januari 2008

1 Inleiding

Binnen de IG Radio-astronomie zijn twee opstart-projecten gedefiniëerd om het radio-astronomisch gebruik van de Dwingeloo Radio Telescoop door Camras op te starten - het maken van een Sky Map, en het ontvangen van pulsars.

Een pulsar is het restant van een ontplofte ster. Door zijn eigen zwaartekracht is deze zo ver gecomprimeerd dat gewone atomen ineengestort zijn tot een neutronen-massa met diameter van slechts 20km. Bij het in elkaar vallen van de ster is deze door behoud van moment steeds sneller gaan draaien, en kan honderden keren per seconde om zijn eigen as draaien. De draaisnelheid van een pulsar neemt daarna langzaam af naarmate deze ouder wordt.

Door deze snelle ronddraaing wordt het signaal op aarde ontvangen als een reeks pulsen. Het zou natuurlijk een enorm mooie demonstratie zijn om die pulsen via een luidspreker hoorbaar te maken. Hieronder probeer ik antwoord te geven op de vraag of dat mogelijk zou zijn met de DT, en onder welke voorwaarden.

2 Eigenschappen van de telescoop

De DT is een parabolische reflector-antenne met een diameter van 25m. De gain van een parabolische reflector wordt gegeven door

$$G \approx \frac{h(\pi^2 D^2)}{\lambda^2} \tag{1}$$

Hierin is G de gain (t.o.v. een isotropische straler). De effectiviteit van de antenne h wordt onder andere bepaald door het feit dat de feed de schotel niet gelijkmaktig kan belichten, spillover en blockage. Voor parabolische spiegels ligt h meestal rond de 50%. De laatste twee parameters zijn de diameter D en de golflengte λ. De gain op 430MHz zou hiermee uitkomen op 7000 oftewel 38dBi.

De sterkte van radio-astronomische signalen wordt vaak aangegeven in Jansky, waarbij één Jansky overeenkomt met 10^{-26}W/m^{2}Hz. Een bron van 1Jy levert in een antenne met een effectieve oppervlakte van 1m^2 en in 1Hz dus slechts 10^{-26}W op.

De meeste radio-astronomische signalen bestaan enkel uit ruis, en de uitdaging is om deze 'gewenste' ruis te onderscheiden van de eigen ruis die in de ontvangst-installatie wordt gegenereerd. Voor thermische ruis geldt de volgende formule:

$$P = k_B T \Delta f \tag{2}$$

P is hierbij het vermogen van de ruis, k_B de constante van Bolzmann ($1.38 \cdot 10^{-23}$J/K), T de temperatuur van datgene dat de ruis veroorzaakt, en Δf de bandbreedte. Zo is het uit te rekenen dat een bron op kamertemperatuur een vermogen van -174dBm aan thermische ruis genereert in 1Hz bandbreedte, oftewel 10^{-20}W. Dat is natuurlijk heel weinig vermogen, maar wel een miljoen keer meer dan de hypothetische bron van 1Jy uit het vorige voorbeeld.

Gelukkig heeft onze DT een oppervlakte die wel wat groter is dan 1m^2. Een handige waarde om de performance van een telescoop te bekijken is hoeveel extra ruis een signaal van 1Jy zou veroorzaken, uitgedrukt in de equivalente ruis-temperatuur die daar bij hoort. Dit is een getal dat in feite alleen afhangt van de oppervlakte en efficientie van de telescoop. Hiervoor geldt:

$$T_a = \frac{ShA}{2k_B} \tag{3}$$

T_a is de equivalente ruistemperatuur van de bron die we willen bekijken, S is diens flux (hier dus 1Jy), A de oppervlakte van de antenne, h diens efficientie en k_B is weer Boltzmann. De factor $\frac{1}{2}$ ontstaat omdat de ontvanger maar 1 polarisatie tegelijk kan ontvangen. Nu geldt er voor de DT:

$$\frac{10^{-26}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2Hz}} \cdot 50\% \cdot \pi \cdot (12.5\mathrm{m})^2}{2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}} = 0.09\mathrm{K} \tag{4}$$

Voor de DT geldt dus een gevoeligheid van 0.09K/Jy. Bij een grotere schotel als Effelsberg (100m diameter) is deze waarde 1.5K/Jy en dat klopt netjes met het feit dat de oppervlakte van die schotel 16x zo groot is.

De voorversterker die door Camras voor de DT is gepland, heeft een ruisgetal van 0.4dB wat overeenkomt met een ruistemperatuur van 25K. De werkelijke waarde voor de systeem-ruistemperatuur zal natuurlijk hoger worden door verliezen, instraling en de ruisbijdragen van de verdere onderdelen van de ontvanger. Bij het waarnemen rond de 400MHz zal er ook een behoorlijke bijdrage aan 'ruis' uit de Melkweg komen - voor een skymap is dit het te meten signaal, maar bij het waarnemen van een pulsar is dit juist ongewenste ruis. Op hogere frequenties (e.g. 1.4GHz) is die galactische ruis veel minder, maar is het signaal van de pulsar ook een stuk minder sterk. Bij waarnemingen op 400MHz schat ik dat Tsys ergens tussen 25K en 100K uitkomt. De uitdaging gaat dus worden om een ruis-signaal equivalent aan 0.09K terug te vinden in de eigen ruis van de ontvanger die 250x tot 1000x zo groot is.

3 Een astronomische ontvanger

Anders dan een gewone ontvanger, die een FM of SSB signaal hoorbaar probeert te maken, is een ontvanger voor radio-astronomie eerder een ruis- of vermogensmeter. Door van verschillende stukjes van de hemel het ruisvermogen te meten kan een afbeelding gemaakt worden, van een object of zelfs een skymap. Maar zoals hierboven al aangegeven wordt de te ontvangen ruis ruim overstemd door de eigen ruis van de ontvanger, zelfs met de grote antenne van de Dwingeloo Telescoop. De ontvanger krijgt eigenlijk steeds hetzelfde ruisniveau binnen, met een verhoudingsgewijs veel kleinere toename in ruis als een object in de beam van de antenne komt. Alleen de allersterkste bronnen (De Zon, Cassiopeia A en Cygnus A) leveren een signaal op dat sterker kan zijn dan de eigen ruis van de ontvanger. Figuur 1 geeft een overzicht van de te verwachten energiedichtheid voor verschillende astronomische bronnen.

De ingangs spanning U aan de antenne is om te zetten in een vermogen P met gebruik van de formule $P = U^2/R$, met R de impedantie van de ontvanger. Dus het kwadraat van de ingangs spanning, maal een constante, geeft het momentane vermogen. Deze kwadratering kan in analoge hardware worden uitgevoerd, maar nog veel eenvoudiger in een SDR.

Uitgaande van een impedantie van 50Ω voor de LNA geldt voor de effectieve waarde van de ruis-spanning: $v_n = \sqrt{4k_BTR\Delta f}$, weer dank zij Boltzmann. Bij een T_{sys} van 100K en 1MHz bandbreedte geldt bijvoorbeeld dat $v_n = \sqrt{4 \cdot 4.138 \cdot 10^{-23}\mathrm{J/K} \cdot 300K \cdot 50\Omega \cdot 1\mathrm{MHz}} = 0.53\mu V$. Om hier een signaal van 1V van te maken (e.g. voor in een A/D converter) is 126dB versterking nodig. Zelfs het signaal van Cassiopeia A is minder dan 10x sterker dan de eigen ruis van de ontvanger, dus dat scheelt slechts 10dB op de de benodigde versterking. Enkel de zon zendt dusdanig veel signaal uit dat we met echt minder versterking toekennen: een rustige zon overtreft de worst-case T_{sys} met 20dB, en meer dan 50dB als de zon aktief is.

4 Bandbreedte en integratie tijd

Omdat het ingangs signaal uit ruis bestaat, flucueert het continu. Eenmalig de ingangs spanning meten is dan ook niet voldoende om het ruisvermogen te bepalen. Het gemiddelde van een groot aantal metingen geeft een veel nauwkeurigere bepaling van het vermogen aan de ingang.

Bij een ontvanger met een IF-bandbreedte $\Delta\nu$ geldt dat samples van de signaal-sterkte die dichter bij elkaar liggen dan $\Delta t = 1/\Delta\nu$ niet onafhankelijk zijn. In een periode t zijn dan $N = t/\Delta t = t \cdot \Delta\nu$ onafhankelijke samples te nemen. Bij Gausische ruis geldt dat de nauwkeurigheid van N samples beter is met $1/\sqrt{N}$. Daaruit volgt dat

$$\Delta T = \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta\nu t}} \tag{5}$$

Eenvoudiger gezegd, de minimale verandering in ruistemperatuur (ΔT) die is waar te nemen hangt af van de systeem-ruistemperatuur T_{sys}, en de wortel van de bandbreedte $\Delta\nu$ maal integratie-tijd t. Deze bandbreedte is in feite de middenfrequent-bandbreedte van de ontvanger, en is in zekere mate vrij te kiezen - beperkingen zijn onder andere RFI, de bandbreedte van de gebruikte feed en dergelijke. De integratie-tijd is ook redelijk zelf te kiezen: deze kan van honderdsten van seconden tot vele uren liggen, beperkt door o.a. de stabiliteit van de eigen ruis en gain van de ontvanger, nogmaals RFI, en het feit dat sommige bronnen soms onder de horizon willen verdwijnen. Om ons signaal van 1Jy waar te kunnen nemen, zou ΔT 0.09K moeten zijn. Dit is slechts 1/1000e van de worst-case T_{sys} van 100K dus dan moet het product $\Delta\nu t$ ongeveer 1.000.000 zijn.

Stel, we nemen een ontvanger met een bandbreedte van 3kHz (een amateur-ontvanger), dan zou er een integratie-tijd van ongeveer 5 minuten (333s) nodig zijn om ons theoretische signaal van 1Jy te kunnen detecteren. Zelfs bij een best haalbare T_{sys} van 25K duurt de integratie dan nog 26s.

5 Het pulsar signaal

Bovenstaande formules zouden nu genoeg houvast moeten geven om uit te kunnen rekenen of het haalbaar is om een pulsar hoorbaar te maken. De sterkste pulsar die waarneembaar is vanuit het Noordelijk halfrond, is B0329+54. Deze pulsar heeft een flux op 400MHz van 1.5Jy, dus maar net iets groter dan ons rekenvoorbeeld van 1Jy. De periode van het pulseren is 0.715s. Het is natuurlijk onmogelijk om dergelijke snelle pulsjes waar te nemen als er een integratietijd van bijna 5 minuten nodig is.

Maar deze 1.5Jy is slechts de gemiddelde flux. De pulsar straalt het grootste gedeelte van zijn vermogen uit in een periode van 6.6ms, minder dan 1/100e van de herhaal-periode. En daarmee komt de piek-waarde van de flux eerder in de buurt van de 150Jy! In het beste geval komen we dan uit op de volgende gegevens: $T_{sys} = 25\mathrm{K}, S = 150\mathrm{Jy}$. Een kleine invul-oefening levert dan op dat $\Delta T = 13.5\mathrm{K}$ en als we de puls-breedte (6.6ms) nemen als de integratie-tijd dan wordt de benodigde bandbreedte van de ontvanger:

$$\Delta\nu = (T_{sys}/\Delta T)^2/t = (25\mathrm{K}/13.5\mathrm{K})^2/6.6\mathrm{ms} = 520\mathrm{Hz} \tag{6}$$

en by $T_{sys} = 100\mathrm{K}$:

$$(100K/13.5K)^2/6.6\mathrm{ms} = 8.3\mathrm{kHz} \tag{7}$$

En omgekeerd is ook uit te rekenen dat om deze pulsar te onvangen met een 3kHz bandbreedte, er een T_{sys} van 61K nodig zou zijn. Na twee pagina's formules valt dus nog steeds niet te concluderen of het hoorbaar maken van een pulsar met een 'gewone' SSB ontvanger mogelijk gaat zijn - wel is duidelijk dat de ontvangst hooguit marginaal kan zijn: bovenstaande berekeningen geven aan wat er nodig zou zijn om het ruis-niveau tijdens de pulsen te verdubbelen. Voor een duidelijk hoorbaar signaal zal een betere signaal/ruisverhouding zeker nodig zijn.

6 Dispersie

Het is nu duidelijk dat het ontvangen van astronimische signalen veel geduld en veel bandbreedte vergt, en liefst beide. Bij een bandbreedte van bijvoorbeeld 30MHz is de ontvanger 100x gevoeliger dan bij 3kHz, wat het mogelijk maakt om heel wat meer pulsars waar te nemen. Natuurlijk is die extra gevoeligheid ook heel nuttig voor het maken van skymaps en bij andere waarnemingen. Juist bij pulsars komt er een bijzondere complicatie om de hoek kijken: dispersie. Het signaal dat de pulsar uitzendt is een zeer breedbandige, kortstondige puls, gepulste ruis dus. Die puls onstaat op alle frequenties gelijktijdig. Onderweg tussen de pulsar en de DT reist het signaal door onze eigen Melkweg, en de daarin aanwezige gassen vertragen het signaal. Daarbij worden de lagere frequenties meer vertraagd dan de hogere, en in een ontvanger met een grote bandbreedte leidt dat tot het uitsmeren van de puls. De dispersie die het signaal vanuit de pulsar in de Krab-nevel ondergaat is bijvoorbeeld zo hoog dat zelfs bij een bandbreedte van slechts 100kHz, het signaal al uitgesmeerd wordt over meer dan de 33ms die een puls-periode duurt - de pulsen zijn dus zonder correctie niet meer waar te nemen.

Voor de pulsar B0329+54 geldt een dispersie-waarde DM van 26.83cm^{-3}pc. Voor de extra vertraging die het signaal op een frequentie ν ondergaat geldt:

$$t = 4.148 \cdot 10^2 [\frac{\mathrm{DM}}{\mathrm{cm}^{-3}\mathrm{pc}}](\frac{\nu}{\mathrm{MHz}})^{-2} \qquad (8)$$

De delay bij 400MHz is dan 0.696s. De delay bij 410MHz is 0.662s, een verschil van 34ms, al duidelijk groter dan de puls-duur. Omdat de delay echter op een eenduidige wijze afhangt van de waarneem-frequentie is het goed mogelijk om voor dit effect te compenseren, e.g. in een Software Defined Radio (SDR).

7 Pulsar integratie

De gevoeligheid van een ontvanger kan ook vergroot worden door langer te integreren. Om te voorkomen dat de pulsen daarbij verdwijnen, wordt de herhaal- periode van de pulsar onderverdeeld in een aantal kleinere segmenten, en voor elk van die segmenten wordt apart geïntegreerd. Als de totale periode van de integrator goed past bij de periode van de pulsar, zal de puls steeds in hetzelfde segment vallen, en dus alleen dat segment krijgt een hogere waarde in de integratie, waarmee de pulsar toch zichtbaar gemaakt kan worden. Ook hier geldt weer dat een verviervoudiging van de integratietijd lijdt tot een verdubbeling van de gevoeligheid. Een dergelijke integrator is relatief eenvoudig in software te realiseren. Ook is het mogelijk om te zoeken naar de herhaal-frequentie als deze niet bekend is.

8 Pulsar timing